

أولاً: أجب عن كل الأسئلة الأربعة الآتية:

(٤٠ درجة لكل سؤال)

**السؤال الأول:** إذا كان  $C$  خط بياني لتابع  $f$  و كان جدول تغيراته هو:

$x$	$-\infty$	$0$	$3$	$+\infty$	
$f'(x)$		+	+	0	-
$f(x)$	$3$	$+\infty$	$-\infty$	$4$	$3$

١. اكتب مجموعة تعريف التابع  $f$  ، و اكتب مجموعة قيمه.

٢. أوجد عدد حلول المعادلة  $f(x) = 0$  و اكتب معادلة مماس أفقي لخطه  $C$ .

٣. أوجد  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(f(x))$ .

**السؤال الثاني:** عين مجموعة الأعداد العقدية  $z$  التي يكون من أجلها العدد  $w = \frac{z+i}{1+3iz}$  تخيلي بحت ،

علماً أن :  $z \neq \frac{1}{3}i$

**السؤال الثالث:**  $C$  الخط الباني لتابع  $f$  المعرّف على  $\mathbb{R}^*$  وفق: " $f(x) = x + 1 + \frac{1}{x}$ " ، و المطلوب :

أثبت أن النقطة  $A(0, 1)$  هي مركز تناظر للخط  $C$ .

**السؤال الرابع:** لدينا العددان  $z_1 = -1 + \sqrt{3}i$  ،  $z_2 = 1 + i$  و المطلوب:

١. اكتب كلاً منهما بالشكل المثلثي.

٢. اكتب العدد  $\frac{z_1}{z_2}$  بالشكل المثلثي ، و بالشكل الجبري.

٣. استنتج  $\cos \frac{5\pi}{12}$ .

(٦٠ درجة لكل سؤال)

ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية:

**التمرين الأول:** في الشكل المجاور متوازي سطوح طول كل حرف من أحرفه

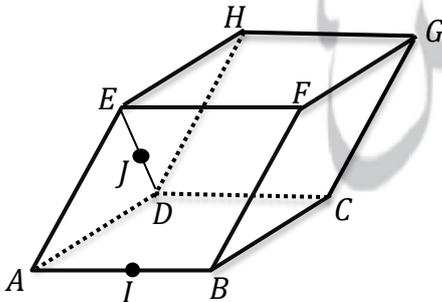
يساوي 4 ، إذا علمت أن الزاوية  $B\hat{A}E = 60^\circ$  و  $B\hat{A}D = 30^\circ$

١. احسب  $\overline{AB} \cdot \overline{AD}$  ثم  $\overline{AB} \cdot \overline{EG}$  ثم  $\overline{AB} \cdot \overline{AG}$

٢. لتكن  $I$  منتصف  $AB$  و  $J$  منتصف  $ED$  ،

بيّن أنّ  $\overline{IJ} = \overline{IA} + \overline{AD} + \overline{DJ}$  ،  $\overline{IJ} = \overline{IA} + \overline{AE} + \overline{EJ}$

ثم برهن أن الأشعة  $\overline{IJ}$  ،  $\overline{AD}$  ،  $\overline{BE}$  مرتبطة خطياً.



$$\begin{cases} x_0 = 4 \\ x_{n+1} = \frac{2}{3}x_n + 1 \end{cases} \text{ :معرفة وفق: } (x_n)_{n \geq 0} \text{ :التمرين الثاني}$$

و لدينا  $(y_n)_{n \geq 0}$  متتالية معرفة وفق :  $y_n = x_n - 3$  ، و المطلوب:

- ①. أثبت أن  $y_n$  متتالية هندسية، و عيّن أساسها، و احسب  $y_0$ .
- ②. اكتب عبارة  $y_n$  ثم  $x_n$  بدلالة  $n$ .
- ③. بفرض أن  $S_n = y_0 + y_1 + y_2 + \dots + y_{n-1}$  اكتب  $S_n$  بدلالة  $n$ .

التمرين الثالث: ليكن التابع  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$  وفق :  $f(x) = \frac{x^2 + a}{x - 1}$

①. عيّن  $a$  ليكون للتابع  $f$  قيمة حدية محلياً عند  $x = 2$ .

②. بفرض  $g(x) = \frac{x^2}{x-1}$  تابع خطه البياني  $C$ ، أوجد معادلة المقارب المائل للخط  $C$ ،

و اكتب معادلة كل مماس أفقي للخط  $C$ .

التمرين الرابع: مثلث  $ABC$ ، مثلث  $M$ ، منتصف  $[BC]$

و كلاً من  $AB'B$ ،  $AC'C$  مثلثين قائمين في  $A$  و متساويي الساقين.

باختيار معلم متجانس مبدؤه  $A$  في المستوي العقدي، و المطلوب:

احسب  $Z_M$ ،  $Z_{C'}$ ،  $Z_{B'}$  بدلالة  $(Z_B, Z_C)$ ،

ثم استنتج أن  $(B'C') \perp (AM)$  و أن  $B'C' = 2AM$ .

ثالثاً: حل كل من المسألتين الآتيتين:

المسألة الأولى: الخط البياني للتابع  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  وفق :  $f(x) = \sqrt{x^2 + 4}$

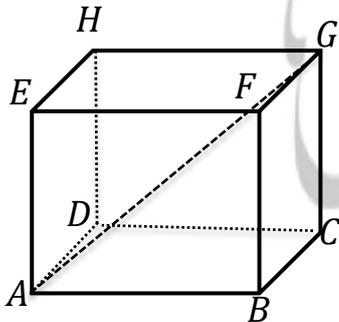
①. أثبت أن  $f$  تابع زوجي.

②. بيّن أن المستقيم  $(\Delta: y = x)$  مقارب مائل في جوار  $(+\infty)$ ، و استنتج من الصفة التناظرية للخط  $C$  معادلة  $\Delta'$

المقارب المائل للخط  $C$  في جوار  $(-\infty)$ .

③. ادرس تغيرات التابع  $f$  و نظم جدولاً بها، و دلّ على القيمة الحدية محلياً.

④. ارسم كل مقارب وجدته، و ارسم  $C$ .



المسألة الثانية: ليكن  $ABCDEFGH$  متوازي مستطيلات وليكن  $(A, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

معلم متجانس فيه  $\vec{AE} = 2\vec{k}$ ،  $\vec{AD} = 1\vec{j}$ ،  $\vec{AB} = 2\vec{i}$  و المطلوب:

①. اكتب إحداثيات الرؤوس، ثم اكتب معادلة  $Q$  المستوي المحوري

للقطعة المستقيمة  $[AG]$ ، و هل  $H$  نقطة من  $Q$ ؟

②. احسب بعد  $E$  عن المستوي  $Q$ .

③. أثبت أن الأشعة  $\vec{EF}$ ،  $\vec{BG}$ ،  $\vec{IJ}$  مرتبطة خطياً علماً أن  $I$  منتصف  $[BE]$  و  $J$  منتصف  $[FG]$

④. اكتب معادلة المخروط الذي رأسه  $A$  و محوره  $(O, \vec{j})$  و مركز قاعدته  $D$  و نصف قطرها 1.

❖النتهى الأسئلة❖